

## Maximización de la información de silogismos ajustando el modelo de dos parámetros

### Maximum information of syllogisms by fitting the two-parameter logistic model

María Silvia Galibert, Gabriela Susana Lozzia, & María Ester Aguerri  
*Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina*

El modo en que los sujetos resuelven silogismos es interesante en el estudio del razonamiento deductivo. La teoría de respuesta al ítem permite seleccionar ítems que maximicen la información para estimar con precisión los niveles de habilidad. En este trabajo se aplicó el modelo logístico de dos parámetros para obtener las funciones de información de silogismos categóricos y seleccionar el grupo de los que la maximizaban. Se administraron 26 silogismos a 405 estudiantes de psicología. Con el programa BILOG-MG se realizaron sucesivas corridas del modelo. En cada iteración se examinaba la función de información y se eliminaban los ítems de baja discriminación, culminando al encontrar un subconjunto cuya función de información alcanzó el máximo. Quedaron seis silogismos dando mayor información en el nivel de dificultad 1,123; esto es, de dificultad medianamente elevada. La información máxima fue 7,594. La confiabilidad del conjunto fue 0,744, buena atendiendo la breve longitud del conjunto. Todos los silogismos fueron de conclusión válida. El método permitió hallar un núcleo de silogismos que podrían constituir una prueba abreviada sin perder información; es decir, manteniendo la precisión al estimar la habilidad. Es útil contar con un criterio estadístico para reducir una prueba y evitar la fatiga.

*Palabras clave:* silogismos, medición, modelo logístico de dos parámetros, función de información, confiabilidad.

The way that individuals solve syllogisms is an important topic of deductive reasoning studies. Item response theory permits to select items that maximize information for estimating accurately ability levels. In this work, the two-parameter logistic model was applied to obtain the information functions of categorical syllogisms in order to select the subset that maximized them. A test of 26 syllogisms was administered to 405 students of psychology. BILOG-MG program was run iteratively by applying the two parameter logistic model. The test information function was examined at each iteration, and items with low discrimination were excluded. The process ended when the information function reached the maximum. Six syllogisms were kept that gave their greatest information at the 1.123 difficulty level, which is a medium-high level. The maximum test information was 7.594 and its reliability was 0.744, which may be considered good taking into account the small size of the subset. Every syllogism had valid conclusion. The method allowed finding a core of syllogisms without losing information that might constitute a short test keeping accuracy when estimating ability. It is useful to have a statistical criterion to select items for a briefed test and, thus, avoid the fatigue.

*Keywords:* syllogisms, measurement, two parameter logistic model, information function, reliability.

---

Este proyecto se realizó con subsidios de la Universidad de Buenos Aires UBACyT 2014-17 Código 20020130100320BA.

*Contacto:* M. S. Galibert. Tejedor 555, 1424 Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina. Correo electrónico: mariasilviagalibert@yahoo.com.ar

*Cómo citar:* Galibert, M. S., Lozzia, G. S., & Aguerri, M. E. (2017). Maximización de la información de silogismos ajustando el modelo de dos parámetros. *Revista de Psicología*, 26(1), 1-7.  
<http://dx.doi.org/10.5354/0719-0581.2017.46461>

## Introducción

El razonamiento silogístico atañe a la comprensión de proposiciones cuantificadas (todos, algunos). Santamaría (1995) y Espino (2004), investigadores en el campo de la psicología del razonamiento, destacaron que el razonamiento silogístico es un representante importante de los estudios sobre el razonamiento deductivo. Desde mediados del siglo pasado muchas teorías se desarrollaron sobre la base de explicar el modo en que los sujetos resuelven los silogismos. Entre ellas la del “efecto atmósfera” de Woodworth y Sells (1935) y Sells (1936), que postula que los sujetos tienden a producir una conclusión según la atmósfera generada por el modo de las premisas: universal afirmativa o negativa (A o E), o particular afirmativa o negativa (I u O). Según esta teoría, si una premisa es universal y otra particular, los sujetos tenderán a formular una conclusión de modo particular, y si una es negativa, también prevalecerá la negativa en la conclusión. Esta atmósfera favorece arribar a la conclusión correcta cuando los silogismos tienen conclusión válida o puede inducir a error cuando no la tienen.

Chapman y Chapman (1959) explicaron los errores correspondientes a la conversión ilícita; esto es, inferir equivocadamente que “Todo A es B” es equivalente a “Todo B es A” o que “Algunos A no son B” es equivalente a “Algunos B no son A”. Debido a esta conversión ilícita, el error no está en el modo en que se extrae la conclusión desde las premisas, sino en una interpretación errónea de las mismas. Ceraso y Provitera (1971) y Revlin y Leirer (1978) también estudiaron los sesgos en la resolución de silogismos.

Hacia mediados de la década de 1970, comenzaron a surgir modelos para explicar el proceso de deducción de los silogismos en sí mismo. Erickson (1978) y Traub y Erickson (1975) desarrollaron modelos basados sobre la interpretación de las premisas y postularon que las personas utilizan los diagramas de Euler en la resolución. Otros modelos se basan sobre el efecto de la figura. Las figuras se refieren a la posición de los términos extremos (S y P) y medio (M) en las premisas. En la figura I, la primera premisa tiene la forma M S y la segunda, P M. La figura IV corresponde a una permutación

de las premisas; esto es: P M y M S. En la figura II el término medio corresponde al predicado en ambas premisas y en la III al sujeto.

Entre quienes se refirieron al efecto de la figura están Dickstein (1975, 1976 y 1978) y Johnson-Laird y Steedman (1978). El efecto de la figura predice una tendencia a dar respuestas hacia adelante en la figura IV y hacia atrás en la figura I. Este sesgo puede ser un elemento facilitador para resolver silogismos cuya conclusión va en la dirección del sesgo, pero también puede dificultarlos cuando su conclusión va en la dirección contraria. Johnson-Laird y Byrne (1991) desarrollaron la representación en términos de los modelos mentales de todos los conectivos lógicos. Galibert, Abal, Auné, Lozzia, y Aguerri (2015) abordaron el tema con un enfoque psicométrico mediante la aplicación del modelo LLTM de Fischer (1973). Este modelo permitió estimar el efecto de los componentes de dificultad de los ítems y verificar hipótesis sobre los mismos.

Además del interés en estudiar los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de silogismos es de interés poder estimar el nivel de habilidad de los sujetos en esta tarea. El presente trabajo obedece a este enfoque psicométrico. La teoría de respuesta al ítem (TRI) permite seleccionar ítems que maximicen la información para estimar con precisión los niveles de habilidad en determinados rangos (Hambleton y Swaminathan, 1983; Lord, 1980). Para ello se define la función de información. Su fórmula depende del modelo que se ajuste, pero en todos los casos expresa la recíproca de la varianza del estimador del rasgo latente; por lo que cuanto más alta es, la varianza es menor, y los intervalos de confianza para la estimación del rasgo son más cortos; en otras palabras tiene directa relación con la precisión de la estimación del rasgo.

La función de información del test es aditiva; es decir, que es la suma de las funciones de información de cada ítem. En la TRI las características psicométricas de los ítems y de los test no son absolutas, sino que dependen del nivel en el rasgo latente; por eso aporta una riqueza mayor que la teoría clásica de test (TCT). La función de información en la TRI es análoga a la confiabilidad en la TCT; pero no ya como un concepto absoluto, sino dependiendo del nivel del rasgo. Según la TRI los parámetros de los ítems

son independientes del resto de los ítems y de la distribución del rasgo en la población. Sin embargo, en la práctica, las estimaciones de estos parámetros sí dependen unas de otras y, dado que el ajuste de los modelos a los datos nunca es perfecto, cuando se consideran distintos subconjuntos de ítems pueden fluctuar sus estimaciones. Estos modelos descansan sobre los supuestos de unidimensionalidad y de independencia local. El rasgo por medir es unidimensional y el nivel que le corresponde a cada sujeto es lo que determina de manera unívoca la probabilidad de que emita determinada respuesta. Por ejemplo, si el rasgo es una habilidad, la probabilidad de responder correctamente un ítem depende solo del nivel de habilidad del sujeto en el modelo de probabilidad elegido. La independencia local indica que la probabilidad de respuesta correcta a un ítem para un nivel dado del rasgo latente no cambia si se conocen las respuestas a otros ítems. En realidad este supuesto es consecuencia de la unidimensionalidad.

El buen ajuste del modelo depende fuertemente de la unidimensionalidad; cuando esta falta, suele manifestarse en valores pobres de discriminación de los ítems por estar estos asociados a más de una dimensión latente. En este trabajo se aplicó el modelo logístico de dos parámetros para obtener las funciones de información de silogismos categóricos y seleccionar subconjunto de los que la maximizaban. Su formulación es la siguiente:

$$P_i(\theta) = \frac{1}{1 + \exp(-1,7a_i(\theta - b_i))} \quad \theta \in \mathbf{R}$$

donde:

$\theta$  es el rasgo latente que se desea medir con el ítem  $i$ .

$P_i(\theta)$  es la probabilidad de contestar correctamente el ítem  $i$  para un nivel dado de  $\theta$ . La gráfica de esta función es una curva creciente, asintótica a 0 por izquierda y 1 por derecha, llamada curva característica del ítem.

$b_i$  es el índice de dificultad del ítem  $i$ . Coincide con el valor  $\theta$  necesario para tener probabilidad ,5 de contestar correctamente el ítem  $i$ . Un ítem será más difícil que otro si se requiere de un mayor nivel de habilidad para tener la

misma probabilidad de responderlo correctamente.

$a_i$  es el índice de discriminación del ítem  $i$ . Es proporcional a la pendiente de la recta tangente en el punto de inflexión de la curva característica del ítem. Cuanto mayor sea la pendiente, mayor será “ $a$ ” y más variará la probabilidad de respuesta correcta por unidad de cambio en el nivel de capacidad  $\theta$ . La capacidad discriminatoria se da para los valores de  $\theta$  que están en torno al índice de dificultad; lo cual tendrá importantes consecuencias en la construcción de test, pues según la zona de  $\theta$  que sea de interés discriminar, se elegirán unos ítems u otros.

La función de información del test es:

$$I(\theta, \hat{\theta}) = \frac{1}{V(\hat{\theta} / \theta)} = \sum_{i=1}^n \frac{P_i^2}{P_i(1 - P_i)} = \sum_{i=1}^n I_i(\theta) \quad \text{donde}$$

$I_i(\theta)$  es la función de información del ítem  $i$ .

En el modelo logístico de dos parámetros

$$I_i(\theta) = D^2 a_i^2 P_i(1 - P_i)$$

Donde  $D$  es una constante escalar que suele tomarse en 1,7 si se desea asemejar el modelo logístico al modelo de ojiva normal o bien en 1.

En este trabajo se elaboraron 26 silogismos y se utilizó dicho modelo para seleccionar un conjunto pequeño a fin de que diera suficiente información sobre el rasgo sin el efecto de cansancio que supone resolver tantos silogismos. En Galibert (2012), el estudio de validez de criterio de una versión anterior de esta prueba dio correlaciones significativas al 1% en el orden de  $r = ,2$  con las materias de Matemática ( $n = 244$ ) y Pensamiento Científico del CBC ( $n=246$ ). Además se correlacionaron los puntajes con una prueba de Operaciones Lógicas y con una de Lógica Proposicional de la misma autora que resultaron significativas al 0,00001 con  $r = ,6$  ( $n = 98$ ) y  $r = ,46$  ( $n = 83$ ) (Galibert, 2012).

## Objetivos

Seleccionar, a partir de un conjunto de 26 ítems, el subconjunto de silogismos que maximizan la función de información al ajustar el modelo logístico de dos parámetros.

## Metodología

### Participantes

La muestra estuvo integrada por 405 estudiantes de psicología; 78,4% de mujeres y 21,6% de varones. La edad mediana fue de 20 años con una desviación intercuartílica de cuatro años. Los sujetos fueron informados sobre los propósitos de la investigación y su participación fue voluntaria y consentida. En todo momento se garantizó el anonimato y la confidencialidad, así como el bienestar de los examinados, a quienes se les advirtió sobre la posibilidad de cesar de responder en cualquier punto de la evaluación.

### Instrumento

Se elaboraron 26 silogismos de opción múltiple con respuesta semiestructurada. Se redactó un instructivo con ejemplos. Los 26 silogismos combinaban distintos tipos de figuras y modos; entre ellos había 18 de conclusión válida y ocho sin conclusión válida. Siguiendo la idea de Johnson-Laird y Steedman (1978) se eligió contenido concreto para que el razonamiento se aproximara al modo en que se opera en la realidad; pero neutro, tratando de minimizar las relaciones semánticas entre los términos de las premisas, para evitar sesgar las respuestas. A continuación se ilustra la tarea propuesta a los examinados mediante el fragmento del instructivo donde se da la consigna y se muestra un ejemplo.

“Tu tarea consiste en leer cada par de premisas y deducir una conclusión válida (una sola) lo más informativa posible según los criterios ya señalados. Debajo de la línea de cada silogismo se te pondrán las cinco posibilidades para que completes las líneas de puntos con las palabras que correspondan o para señalar con una cruz la opción 5)”.

Algunos actores son vegetarianos.  
 Todos los vegetarianos son deportistas.  
 -----  
 Todos los .....son .....  
 Algunos .....son .....  
 Algunos ..... no son .....  
 Ningún ..... es .....  
 No hay conclusión válida. ....

## Procedimiento

Se realizó un análisis factorial de matriz tetracórica, utilizando el programa Microfact de Microcat con el fin de hallar un subconjunto aproximadamente unidimensional. Luego se realizó el Test de Stout con el programa DIMTEST para probar la unidimensionalidad esencial.

Con el programa BILOG-MG se realizaron corridas sucesivas del modelo logístico de dos parámetros. Se eligió este modelo porque el índice de discriminación difería mucho entre los ítems. Por otra parte el tamaño de la muestra de individuos era escaso para ajustar el modelo de tres parámetros y mucho más para considerar un modelo politómico. En cada iteración se examinaba la función de información y se eliminaban los ítems de baja discriminación. El proceso culminó al encontrar un subconjunto cuya función de información alcanzó el máximo.

## Resultados

Hubo dos ítems de dificultad extrema que fueron contestados correctamente solo por el 2,6 % y 4% de los sujetos; estos fueron excluidos del procesamiento. Del análisis factorial sobre los restantes se retuvieron los 15 silogismos asociados al factor principal.

Del test de Stout (1991) resultó que no se rechaza la hipótesis de unidimensionalidad esencial ( $p = ,348$ ). Al ajustar el modelo logístico de dos parámetros sobre estos 15, varios de los silogismos mostraban bajos índices de discriminación, por lo que se los fue excluyendo sucesivamente hasta que se obtuvo un subconjunto de seis silogismos que dan su mayor información en el nivel de dificultad 1,123, lo que corresponde a un nivel de dificultad medianamente elevado. La información máxima es de 7,594. El rango de habilidad para los cuales estos ítems son más aptos está entre -0,5 y 2. La confiabilidad del conjunto es 0,744, que puede considerarse buena atendiendo a la breve longitud del conjunto.

Todos los silogismos son de conclusión válida. Cuatro de ellos corresponden al modo EIO o IEO. En la tabla 1 se muestran los que quedaron seleccionados indicando su modo, figura, estimación de los parámetros  $a$  y  $b$  con sus

errores estándar; en el caso del parámetro  $a$ , que fue tomado como referencia en cada corrida para seleccionar los ítems, también se informa el error estándar de su estimación en el conjunto inicial.

Finalmente se informa el porcentaje de respuesta correcta. En la figura 1 se muestra la función de información del test y de los ítems.

Tabla 1  
*Silogismos seleccionados, su modo y figura.*

Ítem	Modo	Figura	Silogismo	$a$	$b$	$p\%$
9	IEO	IV	Algunos accionistas son carpinteros. Ningún carpintero es bebedor. Algunos accionistas no son bebedores	0,785	-0,261	58,5
11	EIO	IV	Ningún montañista es extranjero. Algunos extranjeros son universitarios. Algunos universitarios no son montañistas.	0,845	1,298	20,2
12	AAA	III	Todos los guardavidas son rockeros. Todos los guardavidas son entrenadores. Algunos rockeros son entrenadores.	1,841	1,160	12,8
14	EIO	I	Ningún barrendero es cocinero. Algunos maratonistas son barrenderos. Algunos maratonistas no son cocineros.	0,946	0,269	45,9
15	AEO	III	Todos los arquitectos son buzos. Ningún arquitecto es cantor. Algunos buzos no son cantores.	2,029	1,314	8,9
19	EIO	III	Ningún estudiante es ajedrecista. Algunos estudiantes son músicos. Algunos músicos no son ajedrecistas.	1,444	0,844	25,2

*Nota.* IEO = primera premisa particular afirmativa – segunda premisa universal negativa – conclusión particular negativa; EIO = primera premisa universal negativa – segunda premisa particular afirmativa – conclusión particular negativa; AAA = ambas premisas y conclusión universales afirmativas; AEO = primera premisa universal afirmativa – segunda premisa universal negativa – conclusión particular negativa;  $a$  = índice de discriminación;  $b$  = índice de dificultad;  $p\%$  = porcentaje de respuestas correctas.

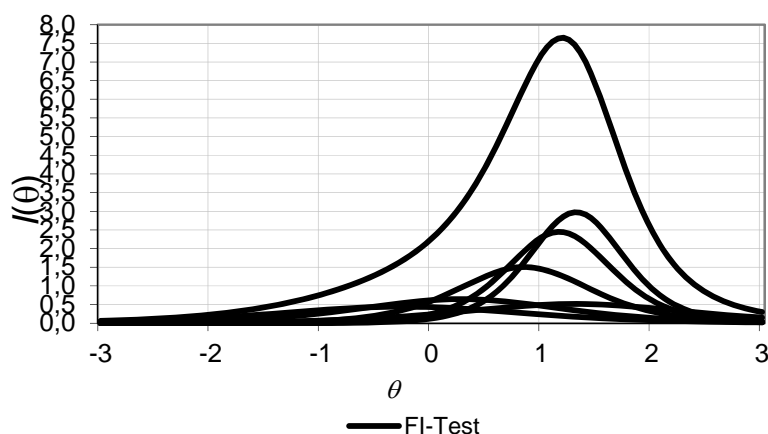


Figura 1. Funciones de información del test y de cada ítem.

## Discusión

El método permitió seleccionar un núcleo de seis silogismos para un test breve tomando como criterio su máxima información.

Debe tenerse en cuenta que esta prueba reducida es apta para medir sujetos de niveles de medianos a altos; es decir, si el objetivo de la evaluación es detectar mejor a los sujetos en dicho rango de habilidades.

Para las investigaciones de tipo cognitivo, en psicología del razonamiento, puede ser de interés contar con pruebas cortas de silogismos que permitan seleccionar a los individuos con mejor rendimientos para participar en ulteriores estudios acerca del modo en que los sujetos resuelven los silogismos.

Como limitaciones de este estudio cabe señalar las siguientes:

- 1) Dado que los modos de los ítems que quedaron seleccionados corresponden mayoritariamente a la combinación de premisas universal negativa (E) y particular afirmativa (I), no se puede considerar que este grupo sea representativo del universo de silogismos de conclusión válida.
- 2) Queda un intervalo de niveles de habilidad no representado por ítems entre los niveles medio y alto.
- 3) No se cuenta aún con estudios de validez para esta prueba en su versión breve y sería de interés en futuras investigaciones estudiar con qué criterio externo podría correlacionar el puntaje en este grupo de silogismos.

No obstante las mencionadas limitaciones, resultó de utilidad contar con un criterio estadístico objetivo para seleccionar los silogismos que aportan más información y evitar el efecto de la fatiga.

## Referencias

- Ceraso, J. & Provitera, A. (1971). Sources of error in syllogistic reasoning. *Cognitive Psychology*, 2(4), 400-410.  
[https://doi.org/10.1016/0010-0285\(71\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0010-0285(71)90023-5)
- Chapman, L. & Chapman, J. (1959). Atmosphere effect re-examined. *Journal of Experimental Psychology*, 58(3), 220-226.
- Dickstein, L. (1975). Effects of instructions and premise order on errors in syllogistic reasoning. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory*, 1(4), 376-384.  
<https://doi.org/10.1037/0278-7393.1.4.376>
- Dickstein, L. (1976). Differential difficulty of categorical syllogisms. *Bulletin of Psychonomic Society*, 8(4), 330-332.  
<https://doi.org/10.3758/BF03335156>
- Dickstein, L. (1978). The effect of figure on syllogistic reasoning. *Memory and Cognition*, 6(1), 76-83.  
<https://doi.org/10.3758/BF03197431>
- Erickson, J. (1978). Research on syllogistic reasoning. En R. Revlin & R. Mayer (Comps.), *Human Reasoning* (pp. 39-50). New York, New York: Wiley.
- Espino, O. (2004). *Pensamiento y razonamiento*. Madrid, España: Pirámide.
- Fischer, G. (1973). The linear logistic test model as an instrument in educational research. *Acta Psychologica*, 37 (3), 359-374.  
[https://doi.org/10.1016/0001-6918\(73\)90003-6](https://doi.org/10.1016/0001-6918(73)90003-6)
- Galibert, M. (2012). *Construcción de una prueba de razonamiento deductivo y su análisis mediante un modelo componencial de la Teoría de Respuesta al ítem* (tesis doctoral).
- Galibert, M., Abal, F., Auné, S., Lozzia, G., & Aguerri, M. (2015). Componentes de dificultad de tareas de razonamiento deductivo aplicando el modelo LLTM de Fischer. *Diversitas. Perspectivas en Psicología*, 11(2), 235-243.  
 Recuperado de <http://bit.ly/2ullFGc>
- Hambleton, R. K. & Swaminathan, H. (1983). *Item response theory: Principles and applications*. Boston, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.
- Johnson-Laird, P. & Steedman, M. (1978). The psychology of syllogisms. *Cognitive Psychology*, 10, 64-99.  
 Recuperado de <http://bit.ly/2tnmFe6>
- Johnson-Laird, P. & Byrne, R. (1991). *Deduction*. London, United Kingdom: LEA.
- Lord, F. (1980). *Applications of item response theory to practical testing problems*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum Associates.
- Revlin, R. & Leirer, V. (1978). The effect of personal biases on syllogistic reasoning: Rational decisions from personalized representation. En R. Revlin & R. Mayer (Comps.), *Human Reasoning*. Washington, District of Columbia: Winston.
- Santamaría, C. (1995). *Introducción al razonamiento humano*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Sells, S. (1936). The atmosphere effect: An experimental study of reasoning. *Archives of Psychology*, 29, 3-72.
- Stout, W., Nandakumar, R., Junker, B., Chang, H., & Steidinger, D. (1991). *DIMTEST* [Computer

Program]. Champaign, Illinois: Department of Statistics, University of Illinois.

Traub, B. & Erickson, J. (1975). *Determinants of difficulty in judging the validity of syllogistic arguments*. Chicago, Illinois: Midwestern Psychological Association.

Woodworth, R. & Sells, S. (1935). An atmosphere effect in syllogistic reasoning. *Journal of Experimental Psychology*, 18, 451-460.

Fecha de recepción: 18 de enero de 2017

Fecha de aceptación: 24 de junio de 2017