COMUNICACIONES

ENTRE LAS VÍAS EN CURVA Ó DIAGONALES

(Continuación)

De donde

$$\frac{R^3}{\phi'} = \frac{r}{\phi' + \beta} = \frac{r}{\phi + \beta}$$

$$\frac{R}{\phi} = \frac{r}{\phi + \beta} = \frac{r - R}{\beta}$$

y por fin, separadamente

$$\phi' = \beta \frac{R'}{r - R'} \qquad \phi = \beta \frac{R}{r - R}$$

$$\phi' - \phi = \beta \left(\frac{R'}{r - R'} - \frac{R}{r - R} \right) = \frac{\beta r \, (R' - R)}{(r - R')\,(r - R)}$$

y, para el largo de la diagonal

$$L = r\,(\phi - \phi') = \frac{\beta r_2 \, (R' - R}{(r - R')\,(r - R)} \qquad (6)$$

Pongamos ahora

$$R' - R = 2a + 1 = k$$

Nota.—Se ha remplazado la letra φ por ϕ teniendo ambos el mismo significado.

si se llama R_1 este radio medio, tenemos

$$R_1 = R + K = R' - 2K$$

de donde

$$R = R_1 - K$$

$$R' = R_1 + K$$

y la fórmula (6) se cambia en

$$L = 2K\,\beta r^2 \frac{1}{(r - R_1 - K)\,(r - R_1 + K)}$$

$$L = \frac{2K\,\beta r^2}{(r - R_1)^2 - K^2} \qquad (7)$$

El empleo de la fórmula (7) dará con una aproximación más que suficiente el valor de r, si los radios pasan de 400 ó 500 metros.

Diagonales con otros zapos.—Dando á β los diversos valores que corresponden á zapo de un $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ ó $\frac{1}{10}$ se establecerá todas las fórmulas relativas á las diagonales con estos diversos zapos. Es inútil hacer aquí los cálculos.

Diagonales con dos zapos diferentes.—Las fórmulas que vamos á establecer serán absolutamente generales, puesto que si α y β son los ángulos de los zapos, bastará cambiar α en β y β en α, para cambiar la posición de los zapos. Además, haciendo $\alpha = \beta$, debemos encontrar las fórmulas ya establecidas.

La (fig. 6) da, en los triángulos oAo' oBo'

$$\overline{oo}'^2 = \overline{o}A^2 + \overline{o}A^2 - 2.\ oA.\ o'A \cos\alpha$$

$$\overline{oo}'^2 = \overline{o}B^2 + \overline{o}'B_2 - 2.\ oB.\ o'B.\ \cos\beta$$

Como tenemos

$$oA = R + a \qquad o'A = r - a$$

$$oB = R' - a \qquad o'B = r + a$$

resulta:

$$(R+a)^2 + (r-a)^2 - 2(R+a)(r-a)\cos\alpha = (R' \mid a)^2 + (r+a)^2 - 2(R'-a)(r+a)\cos\beta$$

que, después de simplificar, se reduce á

$$R'^2 - R^2 - 2a\,[R' + R + R'\cos\beta + R\cos\alpha] + 2a\,r\,(2 + \cos\alpha + \cos\beta)$$

$$-2r\,[R'\cos\beta - R\cos\alpha] + 2a^2\,\beta(\cos - \cos\alpha) = o \qquad (8)$$

Pero, el término $2a^2\ (\cos\beta - \cos\alpha)$ aun en los casos extremos de α y β es despreciable, y podemos escribir simplemente

$$R'^2 - R^2 - 2a\,[R'(1+\cos\beta) + R\,(1+\cos\alpha)] + 2a\,r\,(2 + \cos\alpha + \cos\beta)$$

$$-2\,r\,(R'\cos\beta - R\cos\alpha] = o$$

Reemplazando, como anteriormente R' por su valor

$$R' = R + 2a + l$$

resulta:

$$2\,r\,(2a - (R+a)(\cos\beta - \cos\alpha) - l\cos\beta) + l\,(2\,R + 2a + l)$$

$$-2a\,R\,(\cos\alpha + \cos\beta) - 2a\cos\beta\,(l + 2a) = o$$

y en fin

$$r = \frac{l\,(2\,R + 2a + l) - 2a\,R\,(\cos\alpha + \cos\beta) - 2a\cos\beta\,(l + 2a)}{(R+a)(\cos\beta - \cos\alpha) + l\cos\beta - 2a} \qquad (9)$$

fórmula que se reduce á (1), haciendo $\alpha = \beta$.

El examen de (9) muestra que, para $R = \infty$, tenemos

$$r = \frac{2l - 2a(\cos\alpha + \cos\beta)}{\cos\beta - \cos\alpha}$$

valor que no es infinito aunque muy garnde

Para que sea $r = \infty$, se necesita

$$(R+a)(\cos\beta - \cos\alpha) + l\cos\beta - 2a = 0 \qquad (10)$$

ecuación de una línea recta entre R y l.

Notemos que la fórmula (9) representa un hiperboloide del 1.^{er} sistema, demasiado complicada para ser útil prácticamente.

Esta ecuación (9) haciendo $R = x$. $r = y$ $l = z$, puede escribir se, tomando á z como la variable

$$x\,y(\cos\beta - \cos\alpha) + 2x\,[a(\cos\alpha + \cos\beta) - z]$$

$$+\,y\,[2\cos\beta - a(a + \cos\alpha - \cos\beta)]$$

$$+\,[2a^2\cos\beta - 2a\,z(1 - \cos\beta) - z^2] = 0 \qquad (11)$$

ecuación de una hipérbola, que se reduce á una recta haciendo $\alpha = \beta$.

Para un valor determinado y conocido de la entrevía z, se puede calcular de antemano

$$a(\cos\alpha + \cos\beta) - z.$$

$$z\cos\beta - a(2 + \cos\alpha - \cos\beta)$$

$$2a^2\cos\beta - 2a\,z(1 - \cos\beta) - z^2$$

y, en seguida, con la fórmula (11) calcular r.

Si se supone $l = 2.12$ y dos zapos, uno de $\frac{1}{8}$ otro de $\frac{1}{6}$, la ecuación (11) se transforma en

$$0.01075\,x\,y - 0.92208\,x \times 0.31453\,y - 3.11926 = 0 \quad (12)$$

que puede construírse una vez por todas.

Las asintotas

$$r = y = \frac{0.92298}{0.01075} = 85^{m}85$$

$$R = x = -\frac{0.31453}{0.01075} = -29^{m}25$$

representan el primero el valor de r cuando las vías son rectas, y el 2.º, el valor de R por el cual r es infinito es decir recta.

Como se ve, estos valores, por su pequeñez, no tienen gran interés práctico.

Notemos aquí que los diagonales construídos con dos zapos diferentes se evitan y deben evitarse. Luego que si falta lugar, se usará dos zapos iguales y grandes, $\frac{1}{6}$ ó $\frac{1}{8}$. Si hay bastante lugar, no hay necesidad de usar dos zapos diferentes.

Largo del diagonal con dos zapos diferentes.—Como en el caso de un diagonal con dos zapos iguales, basta resolver los triángulos oo'A. oo'B (fig. 6) que darán á conocer ϕ y ϕ', de donde se deduce

$$L = r(\phi' - \phi)$$

con una entrevía angosta, podemos escribir, como ántes,

$$\frac{R' - a}{\operatorname{Sin} \phi} = \frac{r + a}{\operatorname{Sin}(\phi + \alpha)}$$

$$= \frac{R - a}{\operatorname{Sin} \phi} = \frac{r - a}{\operatorname{Sin} \phi(+\alpha)}$$

y también, como anteriormente

$$\frac{R'}{\phi'} = \frac{r}{\phi' + \beta}$$

$$\frac{R}{\phi} = \frac{r}{\phi + \alpha}$$

de donde

$$\frac{R'}{\phi'} = \frac{r}{\phi' + \beta} = \frac{r + R'}{\beta}$$

$$\frac{R}{\phi} = \frac{r}{\phi + \alpha} = \frac{r - R}{\alpha}$$

$$\phi' = \frac{R'\beta}{r - R'} \qquad \phi = \frac{R \times \alpha}{r - R}$$

y el largo será dado por

$$L = r\ (\phi' - \phi) = r\left(\frac{R'\ \beta}{r - R'} - \frac{R\ \alpha}{r - R}\right)$$

$$= r\frac{RR'\ (\alpha - \beta) + r\ (R'\beta - R\ \alpha)}{(r - R')\ (r - R)}$$

Pongamos ahora

$$R' = R_{,} + k$$

$$R = R' - k$$

Siendo $R_{,}$ el radio medio del entrevía tendremos haciendo todos los cálculos.

$$L = r(\phi' - \phi) = r\frac{(\alpha - \beta)\ (R_{,}^{2} - k^{2} - R_{1}\ r)\ + x\ k\ (\alpha + \beta)}{(r - R_{1})^{2} - k^{2}} \qquad (13)$$

Observaciones sobre los diagonales entre vías rectas.—Hemos visto al principio que r es infinito, en el caso de un diagonal con dos zapos iguales:

1.º Cuando $l = \frac{2a}{\cos \beta}$, lo que hemos reconocido imposible en práctica;

2.º Cuando R∞, es decir cuando las vías son rectas.

Hay lugar á examinar este caso absolutamente especial.

Se puede, en efecto, en este caso, usar una diagonal simétrico respecto la línea central de la entrevía.

Supongamos que AB y CD (fig. 7). Sean los dos rieles inferiores de las vías paralelas. Sea MN la diagonal recta.

Las dos curvas de los cambios, según hemos visto tratando de los cambios, son iguales. Sean MK y NJ estas curvas.

La figura es simétrica respecto al punto S, intersección de VX y PR.

Trazemos las dos curvas hasta PR.

Así tenemos los puntos T y V. Ahora, si se hace resbalar el sistema, según PR hasta que T venga en V, tendremos una diagonal en curva y contra curva perfectamente posible.

En práctica, se debe hacer resbalar de TV aumentado del ancho de la vía según PR, porque MK y NJ no son curvas de una misma clase. Una es el riel interior, la otra el riel exterior.

Se puede notar también que las curvas se las puede prolongar con radios cualquiera.

Todos estos casos particulares se pueden aplicar sólo cuando la entrevía es grande, es decir superior á $2^{m}12$. En estos casos, en efecto, hay interés en disminuir el largo, de zapo á zapo.

Pero con una entrevía de 2.12, ó poco superior, es mejor hacer la diagonal recta, para más facilidad del tráfico y la conservación del aparato.

Se sabe, en efecto, que en los cambios como en las diagonales, no se puede dar relieve. Por consiguiente, una diagonal en curva es siempre más trabajoso que una diagonal recta.

Largo de una diagonal, en este caso. Basta calcular la mitad del largo, por ser simétrico.

Tomando (fig. 9) el largo total del arco AI y deduciendo el larco teórico del cambio, tendremos el largo IC de la diagonal, medido según su radio medio.

Tenemos

$$AI = r\phi.$$

Por otra parte,

$$m^2 = IB'^2 = r^2 \operatorname{Sin}^2 \phi = K\ (2\ r - k)$$

y, siendo chico el ángulo ϕ

$$r^2 \phi^2 = k\ (2\ r - k)$$

de donde

$$\phi = \frac{1}{r} \sqrt{k\ (2r - k)}$$

y en fin

$$\tfrac{1}{2}L = r\phi = \sqrt{k\ (2r - k)} = m \qquad (14)$$

Si del largo total $I = 2m$ se saca el largo teórico de los dos cambios, tendremos

$$L\alpha = 2m - 2\ l\ \text{teórico} = 2\ (m - l\ \text{teórico}).$$

En el caso de una entrevía de 2^m12 y con zapos de $\frac{1}{8}$, tendríamos:

$$k = \frac{2.12}{2} + \frac{1.68}{2} = 1.90$$

$$r = 216.49$$

$$l = 26.91$$

$$L\alpha = 2\sqrt{k\ (2\ r - k)} - 2\ l = 3^m80.$$

Generalmente, en los casos de diagonales entre vías paralelas, á distancia de 2.12 ó inferior, se consigue la diagonal colocando, punta á punta, dos cambios ordinarios, y modificando para su colocación el largo de los rièles cortos que están á fuera del zapo.

Así se tiene una diagonal muy corta y recta.

SEGUNDA PARTE

DIAGONALES ENTRE VÍAS CUALQUIERA

Esta parte puede subdivirse en dos casos especiales:

1.º La comunicación se hará en la parte donde las vías esten más cercanas, pero más ó menos simétricas respecto la línea de los centros.

2.º La comunicación se hará entre dos puntos cualquiera de las líneas, y en este caso los dos puntos y las vías deben ser perfectamente conocidos como posición.

En los dos casos, estudiaremos el caso particular que sea recta una de las vías.

Primer caso.—Este se subdivide en otros tres:

a) Las curvas tienen el mismo radio.

b) Las curvas son de radios diferentes.

c) Una de las vías es recta, lo que es un caso particular de T.

a) *Diagonales con zapos iguales.*—Supongamos primero que los zapos sean iguales; el problema, es este:

Se dan dos vías de radios iguales, y de curvatura inversa.—La distancia entre las vías, en la parte mínima, es decir según la línea de los centros es l.

Establecer una diagonal simétrica respecto á la línea de los centros.

Notemos, en efecto, que en este sólo caso hay simetría; por consiguiente basta estudiar la mitad de la diagonal.

Segun lo que hemos visto en la primera parte podría la diagonal establecer en línea recta, pero esto no es general; porque la recta que corta una de las vías bajo el ángulo ϕ del zapo puede muy bien no encontrar la otra vía. Además, por economía en el largo, es mucho más ventajoso establecer la diagonal según la observación ya hecha respecto las comunicaciones entre vías paralelas.

Se coloca uno de los cambios de tal modo que su circunferencia media, prolongada, pase por el punto donde se crucen los dos ejes de simetría (fig. 10).

El punto capital es conocer el largo de la diagonal.

El triángulo oo'P, cuyos lados son R + r, R + k, r, da aproximadamente

$$\frac{R+k}{\phi} = \frac{2R+2r+k}{\pi}$$

de donde

$$\tfrac{1}{2}L = \phi\ r = \pi\ r \frac{R+k}{2R+2\,r+k} \qquad (15).$$

comprendiendo, naturalmente el largo teórico del cambio empleado.

Se puede todavía calcular este largo con más exactitud.

En el triángulo oo'P, se conocen los tres lados. De esto sacamos con la fórmula conocida de trigonometría

$$\text{tg.}\ \tfrac{1}{2}\ \phi = \tfrac{1}{2}\ \phi = \sqrt{\frac{k\,(2\,R+k)}{(2\,R+2\,r\,+k)\,(2\,r-k)}}$$

y, para el medio largo de la comunicación

$$\tfrac{1}{2}\ L = 2\ r\ \sqrt{\frac{k\,(2\,r+k)}{(2\,R+2\,r\,k)\,(2\,r-k)}} \qquad (16)$$

fórmula tanto más exacta cuanto ϕ será más chico, es decir, que los radios de las vías serán más grandes.

Es menester, como siempre, restar de este medio largo, e teórico del cambio con que se hace la comunicación.

Diagonales con zapos diferentes.—Supongamos ahora que no sean iguales los zapos, y sean α y β sus ángulos.

En el caso actual, la simetría no existe. Todo lo que se puede hacer, es lograr que la diagonal esté colocada casi simétricamente respecto de la línea de los centros.

Sea (fig. 11.) A uno de los zapos el del ángulo β por ejemplo. El punto A debe conocerse por alguno de sus elementos, por ejemplo, los dos ángulos β y ω hecho con la línea de los centros. El triángulo oo'A que entonces será conocido, dará o'A que llamaremos p. Notemos que p es función de R y l siendo l la distancia más corta de las vías.

Los dos triángulos o'Bo''. o'Ao'' dan

$$\overline{oo''}^2 = \overline{o^1B}^2 + \overline{o''B}^2 - 2o'B.o''B \cos\alpha$$

$$\overline{oo''}^2 = \overline{o'A}^2 + \overline{o''A}^2 - 2.o'A.\ o''A \cos(\beta + \phi + \omega).$$

Pongamos

$$\beta + \phi + \omega = \psi.$$

Como ya tenemos

$$o'B = R + a.\quad o''B = r - a\quad o'A = p\quad o''A = r + a,$$

tendremos, hechos todos los cálculos y simplificaciones

$$2r\left[2a + \cos\alpha(R + a) - p\cos\psi\right] + p^2 - R^2 - a\left[a + 2\cos\alpha(R + a)\right.$$
$$\left. + 2R + 2\ p\cos\psi\right] = o$$

y en fin

$$r = \frac{R^2\ p^2 + a\,[a + 2\cos\alpha\,(R + a) + 2R + 2p\cos\psi]}{2\,[2a + \cos\alpha\,(R + a) - p\cos\psi]} \qquad (17).$$

Bajo esta forma, este valor de r no se puede descubrir, luego que es valor de p y ψ, quienes son funciones de R y l. Es menester entonces principiar por el cálculo de p.

El triángulo ocA (fig. 11) da

$$Ac = oc\ \text{Sin}\ \omega$$

y A' oc da

$$Ac = o'c\ \text{Sin}\ \phi \qquad (18)$$

de donde

$$OC\ \text{Sin}\ \omega = o'c\ \text{Sin}\ \phi$$

$$\frac{oc}{o'c} = \frac{\text{Sin}\ \phi}{\text{Sin}\ \omega}$$

$$\frac{oc + o'c}{o'c} = \frac{\text{Sin}\ \phi + \text{Sin}\ \omega}{\text{Sin}\ \omega}$$

y, como

$$oc + o'c = 2R + 2a + l,$$

tendremos

$$o'c = \frac{\text{Sin}\ \omega}{\text{Sin}\ \phi + \text{Sin}\omega}(2R + 2a + l)$$

$$= \frac{\omega}{\phi + \omega}(2R + 2a + l).$$

De otro lado

$$o'c = p \cos \phi$$

de donde

$$p \cos \phi = \frac{\omega}{\phi + \omega}(2R + 2a + l)$$

y en fin

$$p = \frac{1}{\cos \phi} \frac{\omega}{\phi + \omega}(2R + 2a + l) \qquad (19)$$

y, si con aproximación se hace $\cos \phi = 1$.

$$p = \frac{\omega}{\phi + \omega}(2R + 2a + l).$$

Se puede entonces tener p, y en seguida ϕ.

Para que la diagonal esté casi simétrica con respecto á la línea de los centros, siendo los radios de las vías poco diferentes, se necesita que φ sea poco diferente de ω.

Si, como caso particular las dos vías tuviesen radios tales que la vía desviada sea recta, (ver lo relativo á los cambios) la diagonal sería recta y su dirección sería la de la tangente común á las dos circunferencias medias de las vías.

b) Las vías son de radios diferentes.—Si las vías son de radios diferentes, no hay simetría. La sola condición que se pueda imponer es que la diagonal sea cortada más ó menos en su mitad por la línea de los centros.

Zapos iguales.—Si los zapos son de la misma clase, este caso es una generalidad del caso anterior, pues la fórmula (17) es función sólo de un radio. Las fórmulas que dan ψ y ρ se cambian en

$$\psi = \omega + \phi + \beta \tag{20}$$

$$\rho = \frac{\omega}{\phi + \omega}(R + R' + 2a + l) \tag{21}$$

En muchos casos se puede lograr hacer $\omega = \phi$ de donde

$$\psi = 2\omega + \beta$$

$$\rho = \tfrac{1}{2}(R + R' + 2a + l)$$

Basta entonces sólo calcular r por (17).

Zapos diferentes.—Si β es el ángulo del zapo de la vía exterior, tendremos

$$\psi = \omega + \phi + \beta \tag{22}$$

$$\rho = \frac{\omega}{\phi + \omega}(R + R' + 2a + l) \tag{23}$$

Si α es el ángulo de la vía exterior, las fórmulas (22 y (23) se cambian en

$$\psi = \alpha + \phi + \omega \tag{24}$$

$$\rho = \frac{\omega}{\phi + \omega}(R + R' + 2a + l) \tag{25}$$

Siempre con la posibilidad de $\omega = \phi$ r se calcula siempre por (17).

c) Una de las vías es recta.—Para establecer la fórmula relativa á este caso, basta hacer $R' = \infty$, y $\omega = O$.

Zapos iguales.—Si los zapos son iguales, se tiene

$$\psi = \phi + \beta \qquad (26)$$

Por lo que es de ρ, se le puede calcular directameute puesto que tenemos (fig. 12).

$$o\,c = \rho \cos \beta$$

de donde

$$\rho = \frac{o\,c}{\cos \phi} = \frac{R + a + l}{\cos \phi} \qquad (27)$$

Si en lugar de ϕ se conoce $A\,c = b$, de donde

$$\rho^2 = \overline{o\,c}^2 + \overline{A\,c}^2 = (R + a + l)^2 + b^2$$
$$\rho = \sqrt{(R + a + l)^2 + b^2}$$

y entonces

$$\operatorname{tang} \phi = \phi = \frac{A\,c}{o\,c} = \frac{b}{R + a + l} \qquad (29)$$

Se calculará en seguida r por (17).

Zapos diferentes.—Si los dos zapos son diferentes, se calcula ψ y ρ en los casos ya establecidos (22, 23, 24, 25) y r se calcula por (17) como siempre.

Largo de las diagonales.—El cálculo del largo, para todos los casos anteriores, será siempre bastante largo. De un modo general, la resolución de dos triángulos dará á conocer los dos ángulos al centro de las dos partes de la diagonal, de dicha cantidad se deberá siempre quitar el largo teórico de los cambios.

2.º caso.—Diagonales entre dos puntos cualquiera de dos vías —El caso es tan vago que es de toda imposibilidad de establecer fórmulas.

Se sabe que existe muchos modos de empalmes, y por consiguiente, de comunicaciones.

Por lo demás, estas comunicaciones imponen siempre condiciones especiales, y por consiguiente, su estudio general es imposible. La solución depende sólo de la inteligencia y de la práctica de los trabajos que pueda tener el que los traza, así como de las conyeniencias locales.

En resumidas cuentas, la cuestión de comunicación entre dos vías podrá siempre resolverse matemáticamente, y aun se puede trazar gráficas para su estudio en ciertas condiciones fijas.

En los casos los más raros en la práctica, los de vías cualquieras, se podrá conseguir soluciones muy aproximadas, pero de cálculos un poco pesado.

Parral, Febrero 3 de 1893.

M. Dorlhiac.

Fig 9

Fig: 12

Fig: 13

Fig: 15

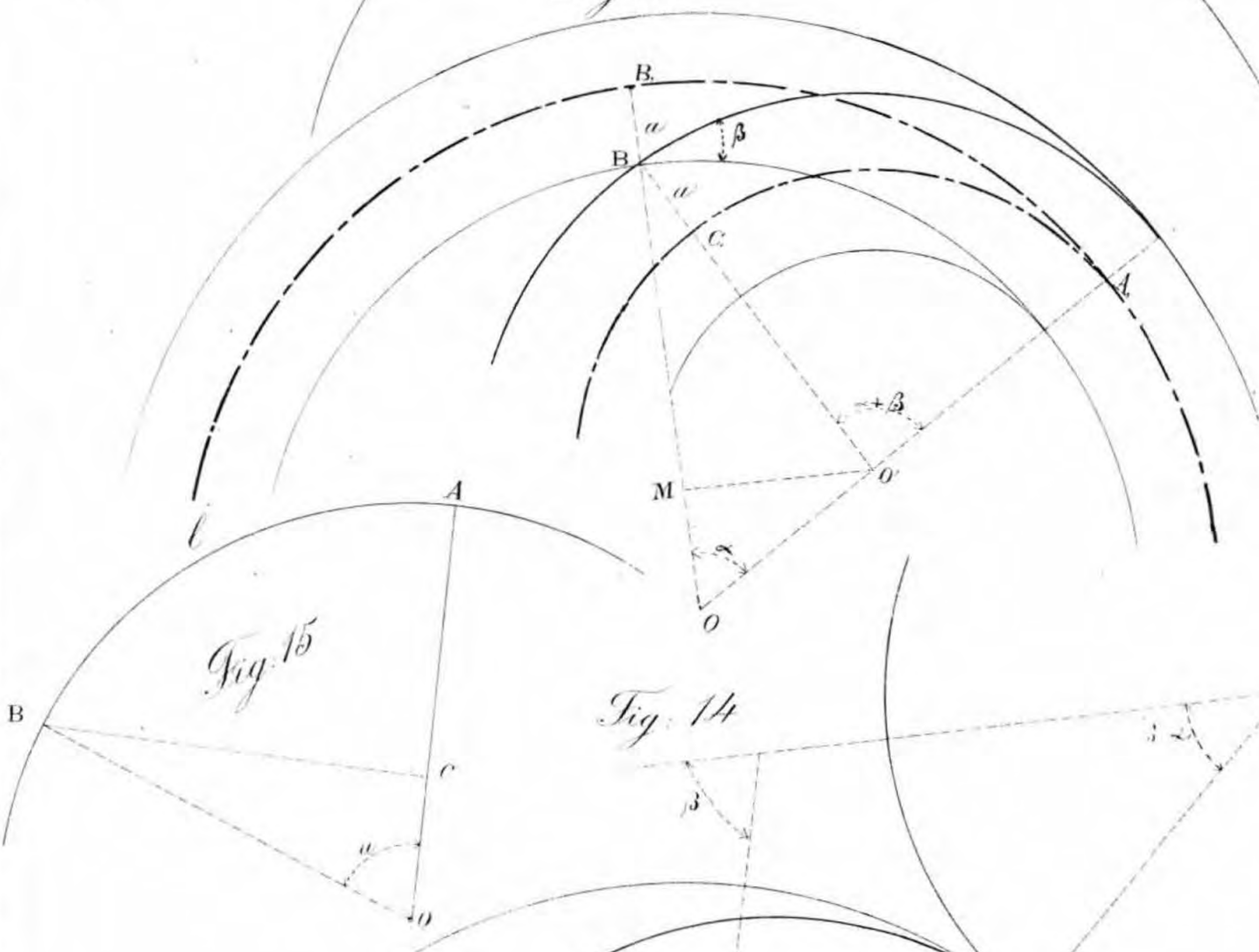
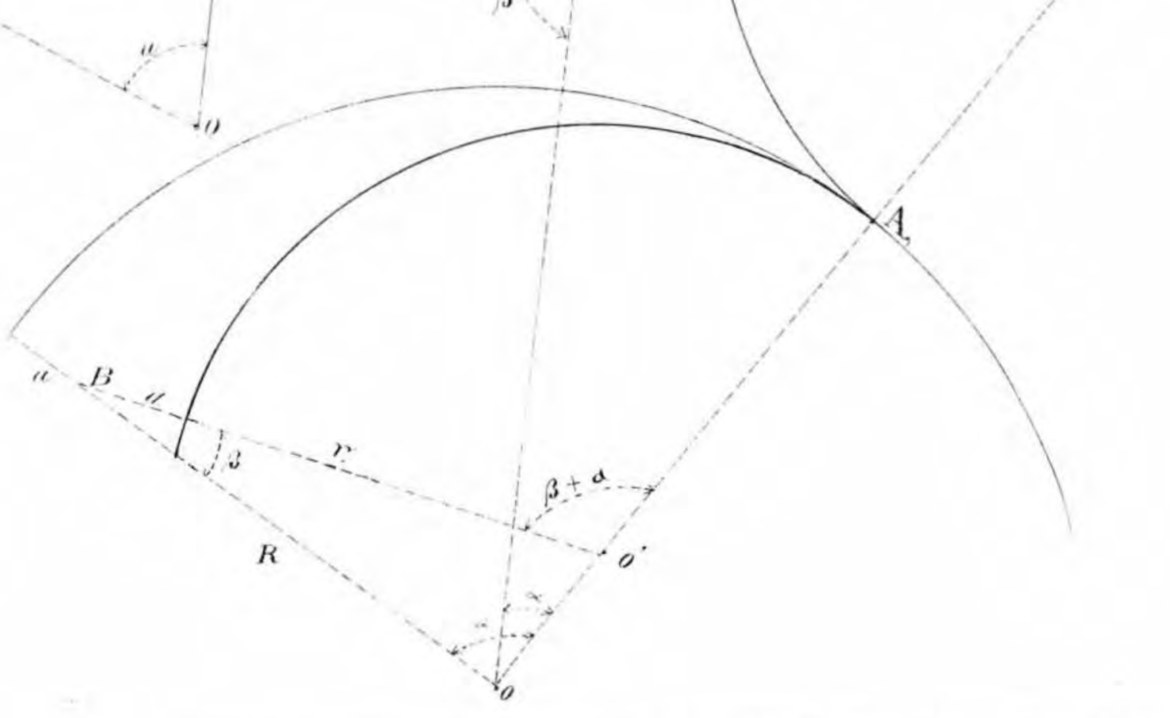


Fig: 14



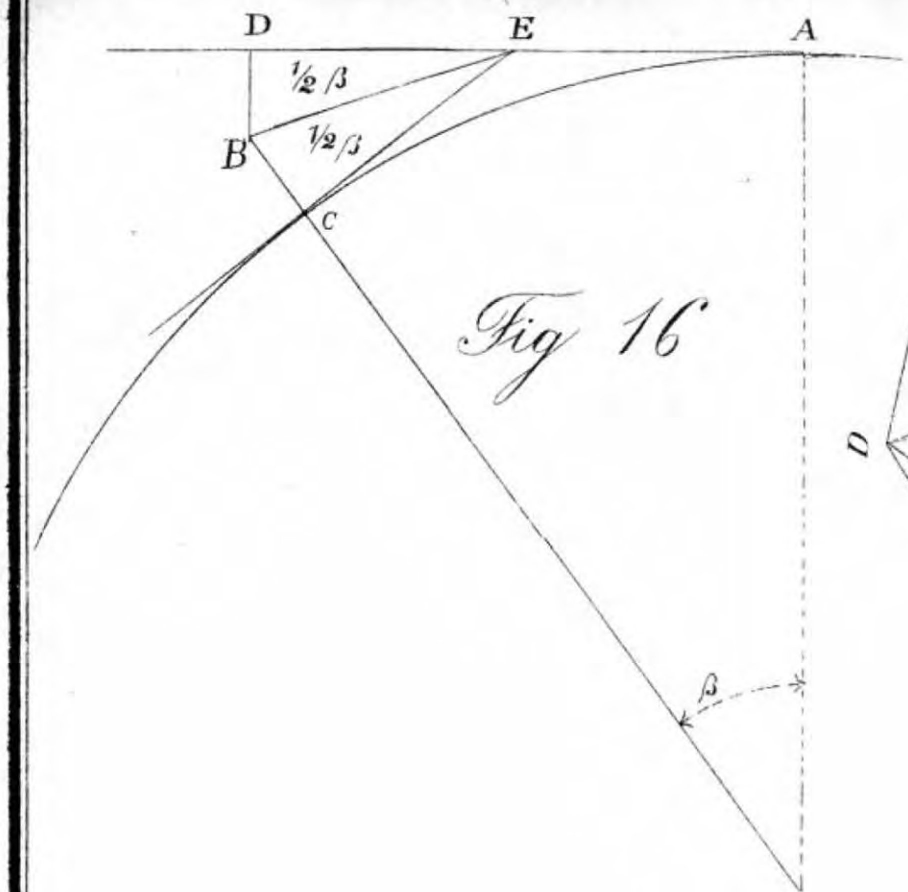


Fig 16

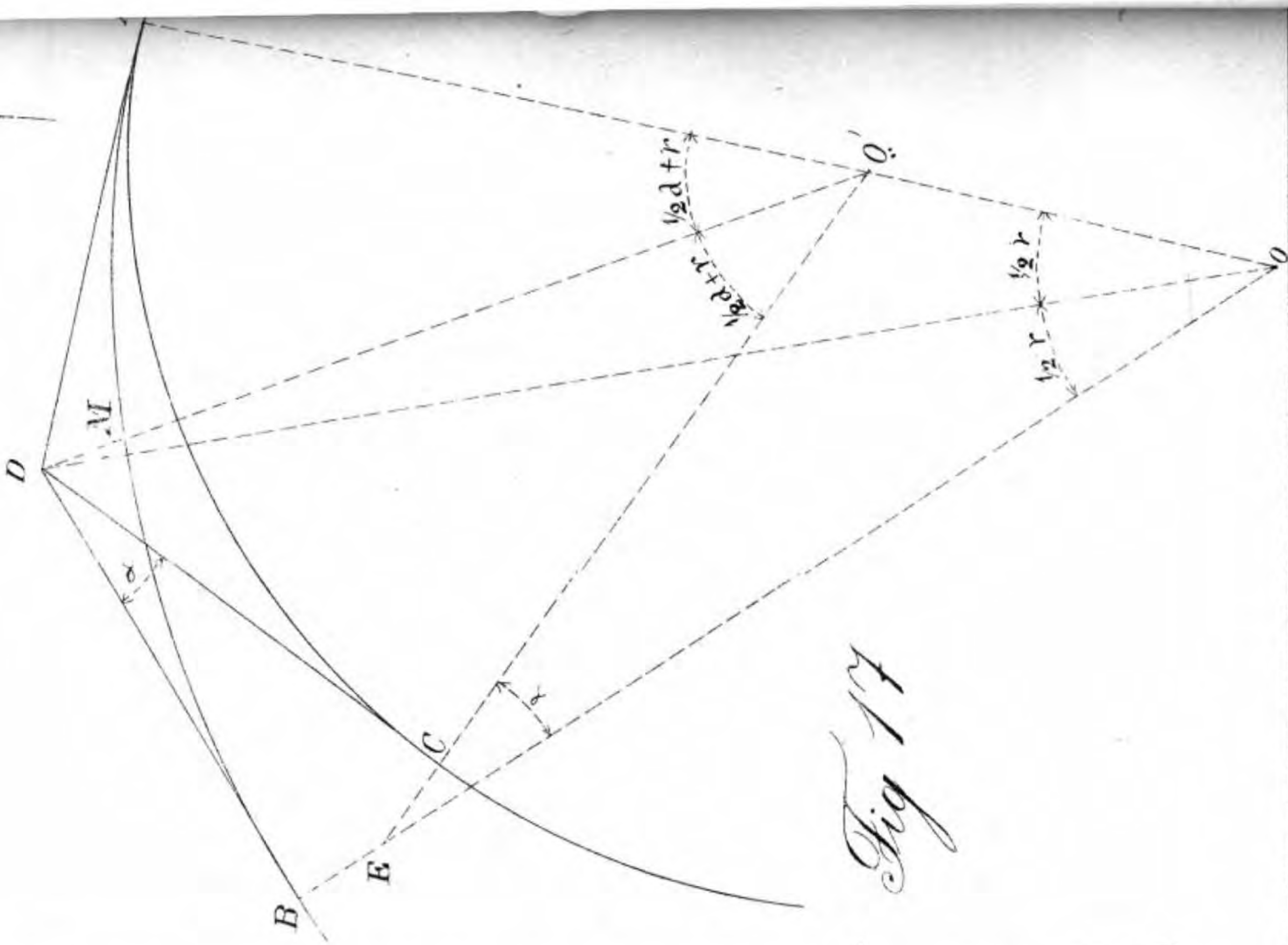


Fig 17

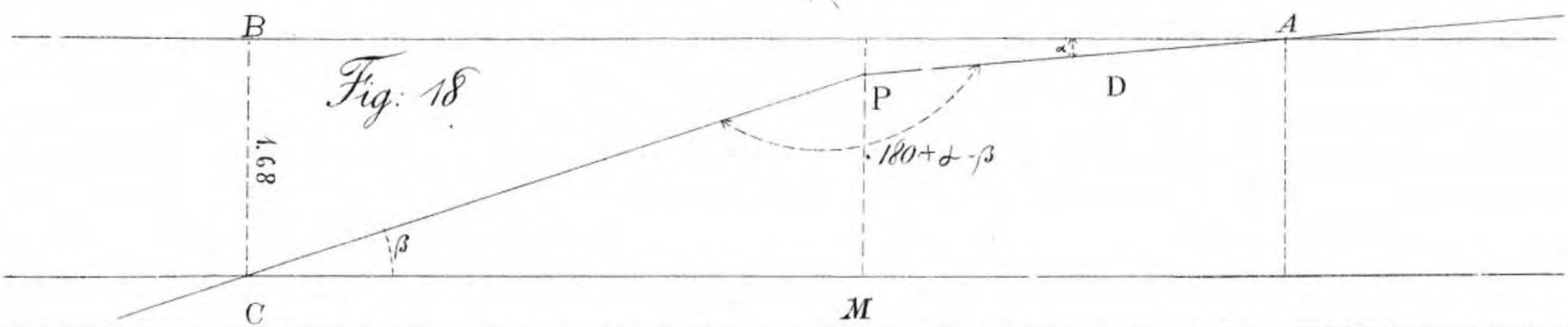
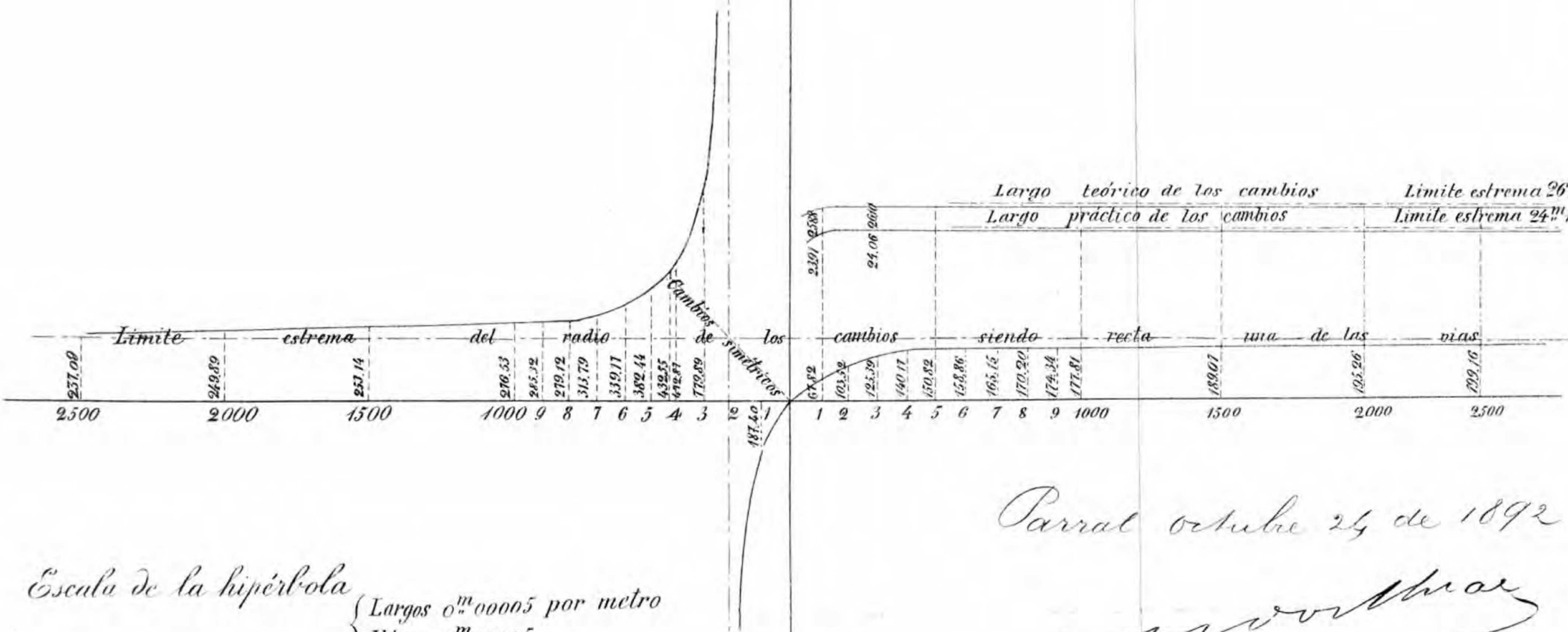


Fig: 18



Escala de la hipérbola { Largos $0^m 00005$ por metro
Altos $0^m 00005$ " "

" de la curva de los largos { Largos $0^m 00005$ " "
Altos $0^m 000\ 125$ " "

Parral octubre 24 de 1892